SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9**
KIÊN GIANG	**NĂM HỌC 2009-2010**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : Toán

Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 03/3/2010

Bài 1 : (4đ)

a) CMR : $B = n^3 + 11n$ chia hết cho 6 với mọi n .

b) Tìm ba số tự nhiên sao cho tổng các nghịch đảo của chúng bằng 2 .

Bài 2 : (4đ)

Cho hàm số $y = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tìm tập xác định của hàm số

b) Rút gọn y (loại bỏ dấu $\sqrt{\ }$ và dấu $|\ |$)

c) Vẽ đồ thị của hàm số.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của y và các giá trị tương ứng của x

Bài 3 : (6đ)

a) CMR : $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$ với mọi a, b .

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} |x+1| + |y-1| = 5 \\ |x+1| = 4y - 4 \end{cases}$

c) Tìm mọi x, y, z trong phương trình : $x - 2\sqrt{x-2} + y = 4\sqrt{y-3} + 6\sqrt{z-5} - z - 4$

Bài 4 : (3đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A có I là trung điểm của BC. Lấy điểm D bất kỳ trên đoạn BC (D khác B và C). Gọi E và F lần lượt là các tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác ABD và ADC. Chứng minh 5 điểm A, E, D, I, F cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5 : (3đ)

Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB, M là điểm di động trên nửa đường tròn, H là hình chiếu của M trên AB, C và D lần lượt là hình chiếu của H trên MA và MB. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AH và HB.

Xác định vị trí điểm M để diện tích tứ giác ECDF đạt giá trị lớn nhất.

--- Hết ---

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
KIÊN GIANG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2009-2010

ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC
Môn thi : Toán
Ngày thi : 03/3/2010

	NỘI DUNG	ĐIỂM
Bài 1 Câu a (1,5đ)	**CMR : B = n^3 + 11n chia hết cho 6 với mọi n .**	
	Ta có : B = $n^3 - n + 12n$	0,25
	$= n(n^2 - 1) + 12n$	0,25
	$= n(n+1)(n-1) + 12n$	0,25
	Vì n - 1, n, n+1 là 3 số nguyên liên tiếp nên tích n(n-1)(n+1) ⋮ 6	0,25
	và 12n ⋮ 6	0,25
	Vậy B ⋮ 6	0,25
Câu b (2,5đ)	**Tìm ba số tự nhiên sao cho tổng các nghịch đảo của chúng bằng 2**	
	Gọi ba số tự nhiên phải tìm là x, y, z	0,25
	Ta có : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2$ (1)	0,25
	Giả sử $x \le y \le z$. Từ (1) $\Rightarrow 2=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \le \frac{3}{x} \Rightarrow x \le \frac{3}{2} \Rightarrow x=1$	0,5
	Thay x = 1 vào (1) : $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \Leftrightarrow y+z=yz \Leftrightarrow yx-y-z+1=1 \Leftrightarrow (y-1)(z-1)=1$	0,75
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y-1=1 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ z=2 \end{cases}$ Vậy ba số cần tìm là 1 ; 2 ; 2	0,75
Bài 2 (4đ)	**Cho hàm số y = $\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2-4x+4}$** **a) Tìm tập xác định của hàm số** **b) Rút gọn y (loại bỏ dấu $\sqrt{\ }$ và dấu $\lvert\ \rvert$)** **c) Vẽ đồ thị của hàm số.** **d) Tìm giá trị nhỏ nhất của y và các giá trị tương ứng của x**	
Câu a (0,75)	**a)** y có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \ge 0 \\ x^2-4x+4 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \ge 0 \\ (x-2)^2 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in R$	
	TXĐ của y là R	0,75
Câu b (1đ)	**b)** y = $\lvert x\rvert + \lvert x-2\rvert$	0,25
	$= \begin{cases} x+x-2 & \text{(nếu } x>2) \\ x-x+2 & \text{(nếu } 0 \le x \le 2) \\ -x-x+2 & \text{(nếu } x<0) \end{cases}$	0,25

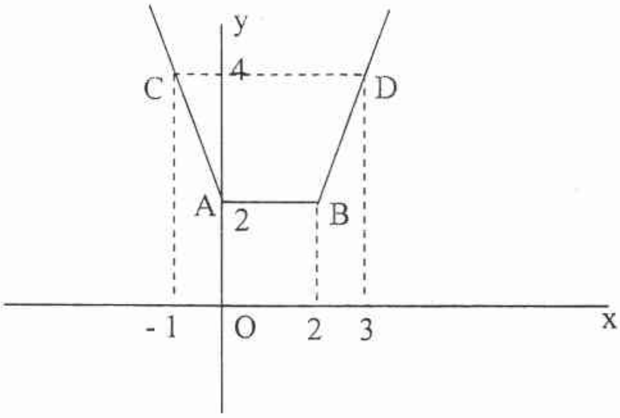
$$= \begin{cases} 2x-2 & (\text{nếu } x > 2) \\ 2 & (\text{nếu } 0 \le x \le 2) \\ -2x+2 & (\text{nếu } x < 0) \end{cases}$$ 0,5

Câu c (1đ)

c) TXĐ : R

Đồ thị hàm số là hai tia AC, BD và đoạn thẳng AB với :

A(0;2) ; B(2;2) ; C(-1;4) , D(3;4) 0,25



0,75

Câu d (1,25đ)

d) Áp dụng : $|A| \ge A$ và Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow A \ge 0$ 0,25

y = $|x|+|x-2| = |x|+|2-x| \ge x+2-x \ge 2$ 0,5

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 2-x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le x \le 2$ 0,25

Vậy y đạt giá trị nhỏ nhất là 2 $\Leftrightarrow 0 \le x \le 2$ 0,25

Bài 3
Câu a (2đ)

CMR : $a^4 + b^4 \ge a^3b + ab^3$ với mọi a, b .

Ta có : $a^4 + b^4 \ge a^3b + ab^3$ (1)

$\Leftrightarrow a^4 + b^4 - a^3b - ab^3 \ge 0$ 0,25

$\Leftrightarrow a^3(a-b) - b^3(a-b) \ge 0$ 0,25

$\Leftrightarrow (a-b)(a^3 - b^3) \ge 0$ 0,25

$\Leftrightarrow (a-b)(a-b)(a^2 + ab + b^2) \ge 0$ 0,25

$\Leftrightarrow (a-b)^2\left[\left(a^2 + ab + \frac{b^2}{4}\right) + \frac{3b^2}{4}\right] \ge 0$ 0,5

$\Leftrightarrow (a-b)^2\left[\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}\right] \ge 0$ (bđt này đúng với mọi a, b) . 0,25

Vậy (1) đúng với mọi a, b. 0,25

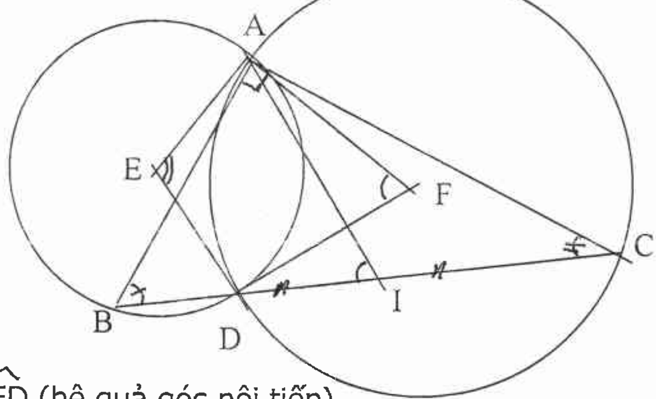
Câu b (2đ)

b) *Giải hệ phương trình :* $\begin{cases} |x+1| + |y-1| = 5(1) \\ |x+1| = 4y-4(2) \end{cases}$

Từ pt(2), ta có : $4(y-1) = |x+1| \ge 0$ 0,25

Do đó hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} |x+1| + y - 1 = 5 \\ |x+1| = 4y-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+1| = -y+6 \\ |x+1| = 4y-4 \end{cases}$ 0,5

$\Rightarrow -y+6 = 4y-4 \Leftrightarrow y = 2$ 0,25

	Thay vào pt(1), ta được : $\lvert x+1\rvert = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=4 \\ x+1=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-5 \end{array}\right.$	0,5
	Vậy nghiệm của hệ là (3;2) ; (-5;2)	0,5
Câu c (2đ)	**Tìm mọi x, y, z trong phương trình :** $x-2\sqrt{x-2}+y=4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}-z-4$	
	- ĐK : $\begin{cases} x-2\ge 0 \\ y-3\ge 0 \\ z-5\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ y\ge 3 \\ z\ge 5 \end{cases}$	0,25
	Ta có : $x-2\sqrt{x-2}+y=4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}-z-4$	
	$\Leftrightarrow x+y+z+4-2\sqrt{x-2}-4\sqrt{y-3}-6\sqrt{z-5}=0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x-2-2\sqrt{x-2}+1)+(y-3-4\sqrt{y-3}+4)+(z-5-6\sqrt{z-5}+9)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x-2}-1)^2+(\sqrt{y-3}-2)^2+(\sqrt{z-5}-3)^2=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}-1=0 \\ \sqrt{y-3}-2=0 \\ \sqrt{z-5}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}=1 \\ \sqrt{y-3}=2 \\ \sqrt{z-5}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y-3=4(\\ z-5=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \\ z=14 \end{cases}$ (thỏa ĐK)	1
Bài 4 (3đ)	Cho tam giác ABC vuông tại A có I là trung điểm của BC. Lấy điểm D bất kỳ trên đoạn BC (D khác B và C). Gọi E và F lần lượt là các tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác ABD và ADC. Chứng minh 5 điểm A, E, D, I, F cùng thuộc một đường tròn.	
		Hình 0,25đ
	-Ta có $\widehat{ABD} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AED}$ (hệ quả góc nội tiếp)	
	$\widehat{ACD} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AFD}$ (hệ quả góc nội tiếp)	
	$\Rightarrow \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AED} + \overset{\frown}{AFD}) = \widehat{ABD} + \widehat{ACD} = 90^0$	
	$\Rightarrow \overset{\frown}{AED} + \overset{\frown}{AFD} = 180^0$	

$\Rightarrow$ Tứ giác EAFD nội tiếp

$\Rightarrow$ E, A, F, D cung thuộc một đường tròn (1) — 1đ

- Ta có : $\triangle ABC$ vuông tại A, AI là trung tuyến (gt)

$\Rightarrow AI = BI = CI$

$\Rightarrow \triangle IAC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{ACD} = \frac{1}{2}\widehat{AID}$

Mà $\widehat{ACD} = \frac{1}{2}\widehat{AFD}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{AID} = \widehat{AFD}$

$\Rightarrow$ Tứ giác DAFI nội tiếp

$\Rightarrow$ A, F, D, I cùng thuộc một đường tròn (2) — 1,25đ

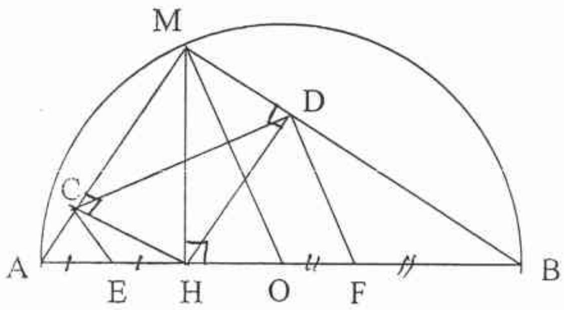
Từ (1) và (2)

$\Rightarrow$ 5 điểm A, E, D, I, F cùng thuộc một đường tròn. — 0,5đ

Bài 5 (3đ)

Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB, M là điểm di động trên nửa đường tròn, H là hình chiếu của M trên AB, C và D lần lượt là hình chiếu của H trên MA và MB. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AH và HB.

Xác định vị trí điểm M để diện tích tứ giác ECDF đạt giá trị lớn nhất.



hình 0,25đ

Ta có : $\widehat{AMB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) — 0,25

$\Rightarrow$ Tứ giác CMDH là hcn (vì $\widehat{M} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^0$) $\Rightarrow S_{HCD} = \frac{1}{2} S_{MDHC}$ — 0,5

Ta có : $\triangle ACH$ có CE là trung tuyến $\Rightarrow S_{ECH} = \frac{1}{2} S_{ACH}$ — 0,25

$\triangle DHB$ có DF là trung tuyến $\Rightarrow S_{DHF} = \frac{1}{2} S_{BDH}$ — 0,25

	Do đó $S_{HCD} + S_{ECH} + S_{DHF} = \frac{1}{2}(S_{MDHC} + S_{ACH} + S_{BDH})$	0,25
	$\Rightarrow S_{ECDF} = \frac{1}{2}S_{MAB} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}MH.AB \le \frac{1}{4}.MO.AB = \frac{1}{2}R^2$ (vì $MH \perp AB$, $O \in AB$)	0,5
	$\Rightarrow S_{ECDF} \le \frac{1}{2}R^2$ (không đổi)	0,25
	Dấu" = " xảy ra $\Leftrightarrow H \equiv O \Leftrightarrow$ M là điểm chính giữa của cung AB Vậy diện tích tứ giác ECDF đạt lớn nhất bằng $\frac{1}{2}R^2$ khi M là điểm chính giữa của cung AB	0,5

Ghi chú : Thí sinh có thể giải cách khác, nếu đúng vẫn cho đủ số điểm tương ứng.