

Câu 1 : (3 điểm)

a) Cho $A = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20}$. So sánh A với $\frac{1}{2}$

b) Tính : $B = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$

Câu 2 : (4 điểm)

a) Chứng minh rằng với x, y khác không, bất đẳng thức sau đúng :

$$x^4 + y^4 \leq \frac{x^6}{y^2} + \frac{y^6}{x^2}$$

b) Tìm các số x, y, z biết :

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx \quad \text{và} \quad x^{2010} + y^{2010} + z^{2010} = 3^{2011}$$

Câu 3 : (5 điểm)

a) Giải phương trình : $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 14$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{xyz}{x+y} = 2 \\ \frac{xyz}{y+z} = 6 \\ \frac{xyz}{x+z} = 3 \end{cases}$$

Câu 4 : (4 điểm)

Cho đường tròn (O') tiếp xúc với hai cạnh Ox và Oy của góc xOy tại A và B. Từ A vẽ tia song song với OB cắt đường tròn (O') tại C. Đoạn thẳng OC cắt đường tròn (O') tại E. Hai đường thẳng AE và OB cắt nhau tại K. Chứng minh $OA = 2OK$?

Câu 5 : (4 điểm)

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho tam giác APQ có chu vi bằng 2.

a) Chứng minh : $PB + QD = PQ$?

b) Tính số đo góc PCQ ?

---Hết---

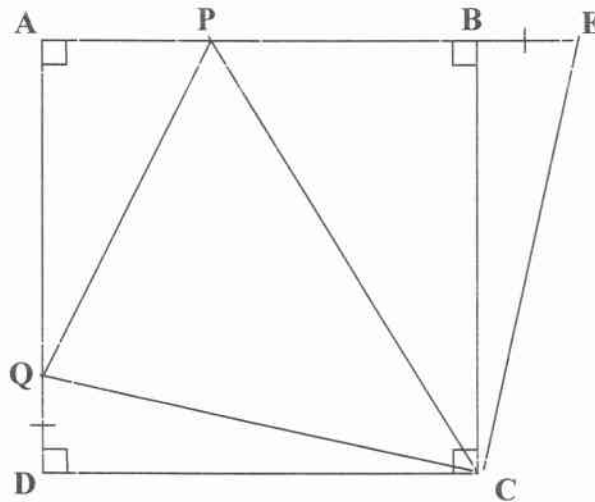
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 9

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a 1.5đ	Ta có $\frac{1}{11} > \frac{1}{20}, \frac{1}{12} > \frac{1}{20}, \dots, \frac{1}{19} > \frac{1}{20}$	0,5đ
	Nên $A = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{19} + \frac{1}{20} >$ $\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{20} + \frac{1}{20}$ (có 10 số $\frac{1}{20}$)	0,5đ
	$= \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$. Vậy $A > \frac{1}{2}$	0,5đ
Câu 1b 1.5đ	$B = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$ $= \sqrt{4 + \sqrt{15}}\sqrt{4 + \sqrt{15}}\sqrt{4 - \sqrt{15}}\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ $= (\sqrt{4 + \sqrt{15}}) \cdot 1 \cdot \sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ $= \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ $= (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ $= 2$	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 2a 2.0đ	$x^4 + y^4 \leq \frac{x^6}{y^2} + \frac{y^6}{x^2} \quad (1)$ $\Leftrightarrow x^6 y^2 + x^2 y^6 \leq x^8 + y^8$ $\Leftrightarrow x^8 - x^6 y^2 + y^8 - x^2 y^6 \geq 0$ $\Leftrightarrow x^6(x^2 - y^2) - y^6(x^2 - y^2) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - y^2)(x^6 - y^6) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - y^2)(x^2 - y^2)(x^4 + x^2 y^2 + y^4) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - y^2)^2(x^4 + x^2 y^2 + y^4) \geq 0 \text{ (BĐT đúng)}$ Vậy (1) là BĐT đúng với mọi x, y khác không	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ
Câu 2b 2.0đ	Ta có : $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 0$ $\Leftrightarrow (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = y = z$ $\Leftrightarrow x^{2010} = y^{2010} = z^{2010}$ Thay vào $x^{2010} + y^{2010} + z^{2010} = 3^{2011}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

	<p>Ta có : $3 \cdot x^{2010} = 3^{2011} \Leftrightarrow x^{2010} = 3^{2010}$ Vậy $x = y = z = 3$</p>	0,25đ
<p>Câu 3a 2,5đ</p>	<p>PT : $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 14$ Đưa về : $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = 14$ $x-1 + x+2 + x-3 = 14$</p> <p>- <u>Nếu $x < -2$</u> : Ta có $-(x-1) - (x+2) + (x-3) = 14$ Tìm được $x = -4$ (nhận)</p> <p>- <u>Nếu $-2 \leq x < 1$</u> : Ta có : $-(x-1) + x + 2 + 3 - x = 14$ Tìm được $x = -8$ (loại)</p> <p>- <u>Nếu $1 \leq x < 3$</u> : Ta có $x - 1 + x + 2 + 3 - x = 14$ Tìm được $x = 10$ (loại)</p> <p>- <u>Nếu $x \geq 3$</u> : Ta có : $x - 1 + x + 2 + x - 3 = 14$ Tìm được $x = \frac{16}{3}$ (nhận) Vậy $S = \left\{ -4 ; \frac{16}{3} \right\}$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Câu 3b 2,5đ</p>	<p>- Nghịch đảo cả 3 phương trình và tách :</p> $\text{Ta được : } \begin{cases} \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{xz} + \frac{1}{xy} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{yz} + \frac{1}{xy} = \frac{2}{3} \end{cases}$ <p>- Cộng cả 3 phương trình, rồi trừ lần lượt từng phương trình</p> $\text{Ta được } \begin{cases} xy = 2 \\ xz = 3 \\ yz = 6 \end{cases}$	<p>(0,5đ)</p> <p>(0,5đ)</p> <p>(0,5đ)</p>

	$\Rightarrow (xyz)^2 = 36 \Rightarrow xyz = \pm 6 \quad (4)$ <p>- Thế lần lượt $xy = 2, xz = 3, yz = 6$ vào pt (4)</p> <p>Tìm được $z = \pm 3$ $y = \pm 2$ $x = \pm 1$</p> <p>Tìm được nghiệm của hệ là : $(1; 2; 3) ; (-1; -2; -3)$</p>	<p>0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ</p>
<p>Câu 4 (4,0đ)</p>	<div data-bbox="443 465 933 891" data-label="Image"> </div> <p>- Xét Xét $\triangle KOE$ và $\triangle KAO$ Ta có : $\widehat{KOE} = \widehat{ECA}$ (so le trong) $\widehat{ECA} = \widehat{KAO}$ (cùng chắn cung AE) $\Rightarrow \widehat{KOE} = \widehat{KAO}$ \widehat{K} chung $\Rightarrow \triangle KOE$ và $\triangle KAO$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{OK}{AK} = \frac{EK}{OK} \Rightarrow OK^2 = AK \cdot EK \quad (1)$</p> <p>- Xét $\triangle KAB$ và $\triangle KBE$ Ta có : \widehat{K} chung $\widehat{KBE} = \widehat{EAB}$ (cùng chắn cung BE) $\Rightarrow \triangle KAB$ và $\triangle KBE$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{KA}{KB} = \frac{KB}{KE} \Rightarrow KB^2 = AK \cdot EK \quad (2)$ Từ (1) và (2) $OK = KB$ $\Rightarrow OB = 2OK$ Mà $OA = OB$ (t/c tiếp tuyến) $\Rightarrow OA = 2OK$</p>	<p>Hình 0,5đ</p> <p>0,75đ 0,5đ</p> <p>0,75đ 0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>

Câu 5
4,0đ



Hình 0,5đ

a) Chứng minh : $PB + QD = PQ$?

Tac có : $AB + AD = 2$ (gt)

$AP + AQ + PQ = 2$ (gt)

$\Rightarrow AB + AD = AP + AQ + PQ = 2$

$\Rightarrow AP + PD + AQ + QD = AP + AQ + PQ$

$\Rightarrow PB + QD = PQ$

0,5đ

0,5đ

0,25đ

b) Tính số đo góc PCQ ?

Trên tia đối của tia BA lấy E sao cho $BE = DQ$

- Xét $\triangle DCQ$ và $\triangle BCE$

Ta có : $DC = BC$ (ABCD là hình vuông)

$\hat{QDC} = \hat{EBC} (= 90^\circ)$

$DQ = BE$

$\Rightarrow \triangle DCQ = \triangle BCE$ (c-g-c)

$\Rightarrow \hat{DCQ} = \hat{BCE}$ và $CQ = CE$

- Xét $\triangle PCQ$ và $\triangle PCE$

Ta có : $PQ = PE$, $CQ = CE$, CP cạnh chung

$\Rightarrow \triangle PCQ = \triangle PCE$ (c-c-c)

$\Rightarrow \hat{PCQ} = \hat{PCE} = \frac{1}{2} \hat{QCE} = 45^\circ$

0,5đ

0,5đ

0,25đ

0,5đ

0,5đ