

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 01/3/2012

Câu 1 : (4 điểm)

a) Cho $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{96} + 3^{97} + 3^{98} + 3^{99}$.

Chứng minh S chia hết cho 40

b) Rút gọn phân thức :
$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2}$$

Câu 2 : (4 điểm)

a) Thực hiện phép tính :
$$\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$$

b) Cho $a + b + c = 0$; $a, b, c \neq 0$. Chứng minh đẳng thức :

$$\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right|$$

Câu 3 : (4 điểm)

a) Giải phương trình : $2x^2 + 2x + 1 = \sqrt{4x + 1}$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} |x - 2| + 2|y - 1| = 9 \\ x + |y - 1| = -1 \end{cases}$$

Câu 4 : (5 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn (O; R) có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại I (I khác O). Vẽ đường kính CE.

a) Chứng minh ABDE là hình thang cân.

b) Chứng minh $\sqrt{AB^2 + CD^2} + \sqrt{BC^2 + DA^2} = 2R\sqrt{2}$.

c) Từ A và B vẽ các đường thẳng vuông góc đến CD lần lượt cắt BD tại F, cắt AC tại K. Chứng minh A, B, K, F là bốn đỉnh của một tứ giác đặc biệt.

Câu 5 : (3 điểm)

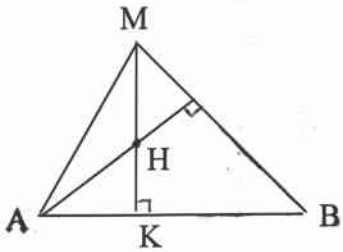
Cho hai điểm A, B cố định và điểm M di động sao cho MAB là tam giác có ba góc nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác MAB và K là chân đường cao vẽ từ M của tam giác MAB. Tìm giá trị lớn nhất của tích KH.KM

---Hết---

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 9

Câu	Đáp án	Điểm
<p>Câu 1a 2,0đ</p>	$S = (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) + \dots + (3^{96} + 3^{97} + 3^{98} + 3^{99})$ $S = (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + 3^4(1 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{96}(1 + 3^1 + 3^2 + 3^3)$ $S = (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3)(1 + 3^4 + 3^8 + \dots + 3^{96})$ $S = 40.(1 + 3^4 + 3^8 + \dots + 3^{96})$ <p>Vậy S chia hết cho 40</p>	<p>0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ</p>
<p>Câu 1b 2,0đ</p>	<p>- TThức = $(a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc$ $= (a + b)^3 + c^3 - 3ab(a + b) - 3abc$ $= (a + b + c) [(a + b)^2 - (a + b)c + c^2] - 3ab(a + b + c)$ $= (a + b + c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab)$ $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ - MThức = $a^2 - 2ab + b^2 + a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bc + c^2$ $= 2(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ - Kết quả = $\frac{a+b+c}{2}$ với $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \neq 0$</p>	<p>0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ</p>
<p>Câu 2a 2,0đ</p>	<p>Nhân số bị chia và số chia với $\sqrt{2}$ $= \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})}{2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$ $= \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})}{2 + (\sqrt{3} + 1)} + \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{3})}{2 - (\sqrt{3} - 1)}$ $= \sqrt{2} \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \right) = \sqrt{2} \cdot \frac{(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{6}$ $= \sqrt{2}$</p>	<p>0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ</p>
<p>Câu 2b 2,0đ</p>	<p>Ta có : $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2 \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} \right)$ $= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2 \left(\frac{c + b + a}{abc} \right)$ $= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$</p>	<p>0,5đ 0,5đ 0,5đ</p>

	$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2} = \left \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right $	0,5đ
Câu 3a 2,0đ	<p>ĐK : $4x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$</p> $2x^2 + 2x + 1 = \sqrt{4x + 1}$ $4x^2 + 4x + 2 = 2\sqrt{4x + 1}$ $4x^2 + (\sqrt{4x + 1} - 1)^2 = 0$ $\begin{cases} 4x^2 = 0 \\ \sqrt{4x + 1} - 1 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 0$	0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ
Câu 3b (2,0đ)	$\begin{cases} x - 2 + 2 y - 1 = 9(1) \\ x + y - 1 = -1(2) \end{cases}$ <p>- Từ pt(2) $\Rightarrow y - 1 = -1 - x \geq 0$ nên <u>$x \leq -1$</u></p> <p>- Thế vào pt(1) : $x - 2 + 2(-1 - x) = 9$</p> $ x - 2 - 2x = 11$ $2 - x - 2x = 9 \text{ (vì } x \leq -1)$ $x = -3$ <p>- Thế $x = -3$ vào pt(2) : $y - 1 = -1 + 3 = 2$</p> $y - 1 = \pm 2$ $y = 3 ; y = -1$ <p>Vậy nghiệm của hệ là $(-3 ; 3) ; (-3 ; -1)$</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 4 5,0đ		Hình 0,5đ
Câu a (1,0đ)	<p>a) <u>Chứng minh ABDE là hình thang cân</u> :</p> <p>Ta có : góc EAC = 90° (góc nội tiếp chắn nửa đ tròn)</p> $\Rightarrow AE \perp AC$	0,25đ

<p>Câu b (2,0đ)</p> <p>Câu c (1,5đ)</p>	<p>Mà $BD \perp AC$ (gt) $\Rightarrow AE // BD$ $\Rightarrow ABDE$ là hình thang Mà $ABDE$ nội tiếp đtròn (O) $\Rightarrow ABDE$ là hình thang cân</p> <p>b) Chứng minh $\sqrt{AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2} = 2R\sqrt{2}$: - Ta có : góc $EDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đtròn) $\Rightarrow \triangle DEC$ vuông ở D $\Rightarrow ED^2 + CD^2 = EC^2 = (2R)^2 = 4R^2$ Mà $AB = ED$ (vì $ABDE$ là hình thang cân) $\Rightarrow AB^2 + CD^2 = 4R^2$ - Cm tương tự : $\Rightarrow BC^2 + DA^2 = 4R^2$ $\Rightarrow AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2 = 8R^2$ $\Rightarrow \sqrt{AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2} = 2R\sqrt{2}$</p> <p>c) Chứng minh A, B, K, F là bốn đỉnh của một tứ giác đặc biệt : - Ta có : góc $BAC =$ góc BDC (cùng chắn cung BC) góc $IAF =$ góc BDC (góc có cạnh tương ứng vuông góc) \Rightarrow góc $BAC =$ góc IAF $\Rightarrow \triangle ABF$ cân tại A Mà AI là đường cao, nên AI là trung tuyến $\Rightarrow IB = IF$ - Cm tương tự : $\Rightarrow IA = IK$ $\Rightarrow ABKF$ là hình bình hành Mà $AK \perp BF$ $\Rightarrow ABKF$ là hình thoi</p>	<p>0,25đ 0,25đ 0,25đ</p> <p>0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ</p> <p>0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ</p>
<p>Câu 5 (3,0đ)</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>- Xét $\triangle KAH$ và $\triangle KMB$ Ta có : góc $AKH =$ góc $MKB = 90^\circ$ góc $KAH =$ góc KMB (cặp góc có cạnh tương</p>	<p>Hình 0,25đ</p> <p>0,25đ 0,25đ</p>

<p>ứng vuông góc)</p> <p>$\Rightarrow \Delta KAH$ và ΔKMB đồng dạng</p> <p>$\Rightarrow \frac{KH}{KB} = \frac{AK}{KM}$</p> <p>$\Rightarrow KH \cdot KM = AK \cdot KB$</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương</p> <p>Ta có : $\sqrt{AK \cdot KB} \leq \frac{AK + KB}{2}$</p> <p>$\Leftrightarrow AK \cdot KB \leq \frac{AB^2}{4}$</p> <p>Do đó : $KH \cdot KM \leq \frac{AB^2}{4}$ (không đổi)</p> <p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow AK = KB$</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của $KH \cdot KM$ là $\frac{AB^2}{4}$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
--	--

Lưu ý : Học sinh giải cách khác đúng cho trọn số điểm